Correction : le tube cathodique.

1. Etude du canon à électrons.

On considère un électron initialement placé au niveau de la cathode, à l'origine O du repère, avec une vitesse considérée comme nulle. Il arrive à l'anode avec une vitesse v_0.

1.1. Faire un bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le système électron.

Le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ vertical descendant et la force électrique $\vec{F} = q \times \vec{E} = -e \times \vec{E}$ dans la sens contraire du champ puisque la charge est négative.

1.2. Montrer que l'une des forces est négligeable devant l'autre.

$P = m \times g$ et $F = e \times E = \frac{e \times U}{D}$ donc : $\frac{F}{P} = \frac{e \times U}{D \times m \times g}$. A.N : $\frac{F}{P} \approx \frac{10^{-19} \times 10^{4}}{10^{-30}} \approx 10^{15}$

F est un million de milliard de fois plus intense que P.

1.3. Exprimer le vecteur accélération de l'électron en fonction de $\vec{E}$, *m* et *e.*

La seule force agissant sur le système **électron** est la force électrique, puisque le poids est négligé.

Donc, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au système électron s'écrit :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{S}}$$

Or la masse du système est constante, donc : $\boxed{m \times \vec{a} = \vec{S}}$

Par conséquent : $\boxed{m \times \vec{a} = \vec{F}}$ **et donc :** $\boxed{m \times \vec{a} = -e \times \vec{E}}$ **donc :** $\boxed{\vec{a} = -\frac{e}{m} \times \vec{E}}$

1.4. Montrer que les équations horaires du mouvement de l'électron dans le repère de la figure 1 s'écrivent :

Le champ électrique est horizontal vers la gauche. Ses coordonnées sont donc, dans le repère de la figure :

$$\boxed{\begin{cases} E_x = -E \\ E_y = 0 \end{cases}}$$

Les coordonnées du vecteur accélération du système sont donc, dans le repère de la figure :

$$\boxed{\begin{cases} a_x = \frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}}$$

or : $\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$ ***puisque le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse.***

Donc : $\boxed{\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m} \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{cases}}$

En intégrant les expressions précédentes, il vient par conséquent : $\boxed{\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{eE}{m} \times t + v_{0x} \\ v_y(t) = v_{0y} \end{cases}}$

Or, le vecteur vitesse initial est nul donc : $\boxed{\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}}$

Soit : $\boxed{\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{eE}{m} \times t \\ v_y(t) = 0 \end{cases}}$

De plus , $\boxed{\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$ ***puisque le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position.***

En intégrant, il vient : $\boxed{\begin{cases} x(t) = \dfrac{eE}{2m} \times t^2 + x_0 \\ y(t) = y_0 \end{cases}}$

Or, x(0) = 0 et y(0) = 0.

Donc : $\boxed{\begin{cases} x(t) = \dfrac{eE}{2m} \times t^2 \\ y(t) = 0 \end{cases}}$

1.5. Exprimer la date t_0 à laquelle l'électron arrive au niveau de l'anode en fonction de *U, D, m* et *e*.

$\boxed{D = \dfrac{e \times U}{2m \times d} \times {t_0}^2}$ donc : $\boxed{t_0 = \sqrt{\dfrac{2m}{e \times U}} \times D}$

1.6. Montrer que la vitesse v_0 de l'électron vaut $6{,}5.10^7$ m.s^{-1}

$\boxed{v_x(t_0) = v_0 = \dfrac{eE}{m} \times t_0}$ donc : $\boxed{v_0 = \dfrac{e \times U}{D \times m} \times \sqrt{\dfrac{2m}{e \times U}} \times D}$ soit : $\boxed{v_0 = \sqrt{\dfrac{2e \times U}{m}}}$

A.N : $\boxed{v_0 = \sqrt{\dfrac{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 12.10^3}{9{,}1.10^{-31}}}}$ = $6{,}5.10^7$ m.s^{-1}

2. Etude du dispositif de déflexion.

2.1. Exprimer le vecteur accélération de l'électron.

Inventaire des forces sur le système {électron} : le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$.

Donc, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au système électron s'écrit :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{S}}$$

Or la masse du système est constante, donc : $\boxed{m\times\vec{a}=\vec{S}}$

Donc : $\boxed{m.\vec{a}=\vec{P}}$ or donc : $\boxed{\vec{a}=\vec{g}}$

2.2. En déduire les équations horaires du mouvement de l'électron dans le repère de la figure 2.

Les coordonnées du vecteur accélération de l'électron sont donc, dans le repère de la figure :

$\boxed{\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-g \end{cases}}$ ***or :*** $\boxed{\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}}$ ***puisque le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse.***

Donc : $\boxed{\begin{cases} \frac{dv_x}{dt}=0 \\ \frac{dv_y}{dt}=-g \end{cases}}$

En intégrant les expressions précédentes, il vient par conséquent : $\boxed{\begin{cases} v_x(t)=v_{x0} \\ v_y(t)=-g.t+v_{y0} \end{cases}}$

Or, le vecteur vitesse initial a pour coordonnées $\boxed{\begin{cases} v_{ix}=v_0 \\ v_{iy}=0 \end{cases}}$

Soit : $\boxed{\begin{cases} v_x(t)=v_0 \\ v_y(t)=-g.t \end{cases}}$

De plus , $\boxed{\vec{v}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$ ***puisque le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position.***

En intégrant, il vient : $\boxed{\begin{cases} x(t)=v_0\times t+x_0 \\ y(t)=-\frac{1}{2}g.t^2+y_0 \end{cases}}$

Or, x(0) = 0 et y(0) = 0.

Donc : $\boxed{\begin{cases} x(t)=v_0\times t \\ y(t)=-\frac{1}{2}g.t^2 \end{cases}}$

2.3. A quelle ordonnée y_S l'électron sort-il du condensateur ?

Equation de la trajectoire : $y(x)=-\frac{g}{2v_0^{\ 2}}x^2$

Donc : $y(l)=y_S=-\frac{g}{2v_0^{\ 2}}l^2$

A.N : $y_S=-\frac{9,81}{2\times\left(6,5.10^7\right)^2}\times\left(1,0.10^{-1}\right)^2=1,2.10^{-17}\ m$

2.4. Montrer que l'on peut négliger l'effet de la force de pesanteur sur la trajectoire de l'électron.

1,2.10^{-17} m est très petit devant l'écartement des plaques, on peut donc négliger le poids.

3. Impact de l'électron sur l'écran.

Les deux plaques du dispositif de déflexion sont maintenant chargées sous une différence de potentiel U = 600 V , ce qui engendre un champ uniforme *E* = 30 kV.m^{-1} entre les plaques. La vitre (V) de l'écran est située à une distance L = 25,0 cm du centre O du repère représenté sur la figure 3 *de l'annexe à rendre avec la copie*, qui n'est pas à l'échelle.
La force de pesanteur sera négligée comme montré précédemment.

3.1. Décrire qualitativement la trajectoire de l'électron entre les plaques, puis dans la zone séparant les plaques de l'écran.

L'électron va être dévié vers le haut, puisque, comme la charge de l'électron est négative, la force électrique est de sens opposé au champ. Un fois sorti du condensateur, l'électron n'est plus soumis à aucune force, puisque le poids est négligé. Il est alors en mouvement rectiligne uniforme.

3.2. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les plaques du condensateur.

Accélération : $\boxed{\vec{a} = \frac{e}{m} \times \vec{E}}$

Equations horaires : $\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \times t \\ y(t) = \frac{eE}{2m} \times t^2 \end{cases}}$

Equation de la trajectoire : $\boxed{y(x) = \frac{eE}{2mv_0{}^2} \times x^2}$

3.3. Représenter qualitativement la trajectoire de l'électron sur la figure 3. Placer le point S' correspondant à la position de l'électron à la sortie du condensateur, et indiquer, sans souci d'échelle, le vecteur vitesse de l'électron au point S'.

3.4. Déterminer le point d'impact de l'électron sur la vitre (V).

Les coordonnées du point S' sont : $\boxed{\begin{cases} x_S = l \\ y_S = \frac{eE}{2mv_0{}^2} \times l^2 \end{cases}}$

A partir de ce point, l'électron se déplace à vitesse constante, les coordonnées du vecteur vitesse étant :

$$\boxed{\begin{cases} v_{xS} = v_0 \\ v_{yS} = \frac{eE}{m} \times \frac{l}{v_0} \end{cases}}$$

Les équations horaires du mouvement de l'électron dans le vide à partir de S sont donc :

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \times t + l \\ y(t) = \frac{e \times E \times l}{mv_0} \times t + \frac{eE}{2mv_0{}^2} \times l^2 \end{cases}}$$

d'où l'équation de sa trajectoire : $\boxed{y(x) = \frac{e \times E \times l}{mv_0} \times \left(\frac{x - l}{v_0}\right) + \frac{eE}{2mv_0{}^2} \times l^2}$

Lorsque x = L, on a alors : $\boxed{y_V = \frac{eE \times l}{mv_0{}^2} \times (L - l) + \frac{eE}{2mv_0{}^2} \times l^2}$ **soit :** $\boxed{y_V = \frac{eE \times l}{mv_0{}^2}\left(L - \frac{l}{2}\right)}$

On peut retrouver ce résultat plus rapidement en utilisant le fait que la tangente de l'angle au sommet en S' est donnée par :

$\boxed{\tan(\theta) = \frac{v_{yS}}{v_{xS}}}$ soit : $\boxed{\tan(\theta) = \frac{eE}{m{v_0}^2} l}$

La tangente est aussi donnée par : $\boxed{\tan(\theta) = \frac{y_V - y_S}{L - l}}$ soit : $\boxed{y_V = \left(L - l\right)\tan(\theta) + y_S}$ donc :

$\boxed{y_V = \frac{eE}{m{v_0}^2} l \times \left(L - l\right) + \frac{eE}{2m{v_0}^2} \times l^2}$ soit : $\boxed{y_V = \frac{eE \times l}{m{v_0}^2}\left(L - \frac{l}{2}\right)}$

On retrouve le même résultat.

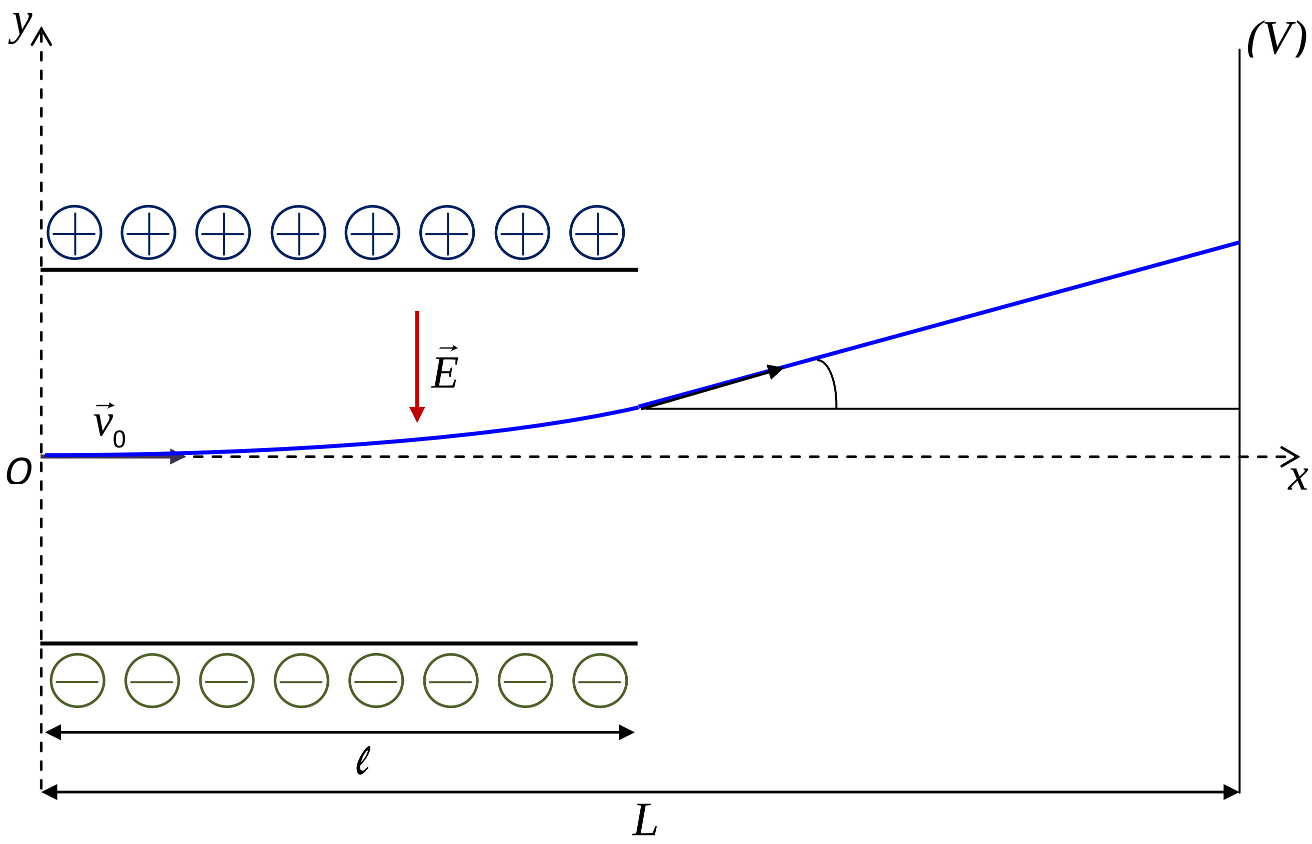
A.N : $\boxed{y_V = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 30.10^3 \times 0{,}100}{9{,}1.10^{-31} \times (6{,}5.10^7)^2}\left(0{,}250 - \frac{0{,}100}{2}\right) = 0{,}024\ m}$ **= 2,5 cm**

3.5. Que faut-il changer au dispositif pour l'électron soit dévié vers le bas de la vitre ?

Il faut inverser la polarité des plaques.

ANNEXE

Figure 3 : dispositif de déflexion et vitre de l'écran.



1 . En expliquant votre raisonnement, calculer les valeurs des vecteurs vitesse de A et de B, aux dates t_5 et t_7.

$$v_5(A) = \frac{A_4A_6}{2\Delta t} = \frac{2.1,8.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 4,5.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_7(A) = \frac{A_6A_8}{2\Delta t} = \frac{2.1,95.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 4,9.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_5(B) = \frac{B_4B_6}{2\Delta t} = \frac{2.2,5.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 6,3.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_7(B) = \frac{B_6B_8}{2\Delta t} = \frac{2.2,1.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 5,3.10^{-1} m.s^{-1}$$

2 . Tracer ***en vert*** sur le document annexe les vecteurs variation de vitesse des deux palets, à la date t_6 :

$$\Delta\vec{v}_{5-7}(A) = \vec{v}_7(A) - \vec{v}_5(A)$$
$$\Delta\vec{v}_{5-7}(B) = \vec{v}_7(B) - \vec{v}_5(B)$$

Voir document annexe

3 . Calculer les valeurs des vecteurs accélération des deux palets, à la date t_6.

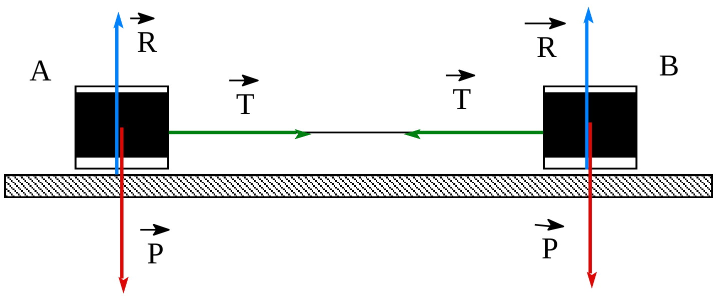
$$a_6(A) = \frac{\Delta v_{5-7}(A)}{2\Delta t} = \frac{2,5.10^{-1}}{2.40.10^{-3}} = 3,1 m.s^{-2}$$
$$a_6(B) = \frac{\Delta v_{5-7}(B)}{2\Delta t} = \frac{2,9.10^{-1}}{2.40.10^{-3}} = 3,6 m.s^{-2}$$

4 . Tracer ***en noir*** sur le document annexe les deux vecteurs accélération :

$$\vec{a}_6(A), \vec{a}_6(B)$$

Voir document annexe

5 . Faire le bilan des forces extérieures qui agissent sur les mobiles A et B à la date t_6. On réalisera un schéma.



6 . Représenter ***en rouge*** (sans souci d'échelle) sur le document les résultantes des forces extérieures agissant sur A et B à cette même date. Que constate-t-on ?

Le poids et la réaction du support se compensent. La résultante des forces se réduit à la tension de l'élastique. On constate que cette tension est presque colinéaire (et de même sens) au vecteur accélération. On vérifie ainsi la seconde loi de Newton.

7 . Comparer les valeurs des accélérations des deux palets à la date t_6. Que peut-on en conclure au sujet des masses m_A et m_B des deux mobiles ?

En appliquant la seconde loi de Newton à chaque palet, on peut écrire :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A.\vec{a}_A = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{F}_{élastique/A}$$
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B.\vec{a}_B = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{F}_{élastique/B}$$

Les valeurs des accélérations de A et B calculées à la date t_6 sont assez proches. De plus, les vecteurs accélérations sont presque colinéaires. On peut faire l'hypothèse raisonnable qu'elles sont identiques. De plus, on sait que les intensités des forces de rappel de l'élastique sur les palets A et B sont identiques. En effet :

$$\vec{F}_{élastique/A} = \vec{F}_{B/A}$$
$$\vec{F}_{élastique/B} = \vec{F}_{A/B}$$
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$
$$F_{A/B} = F_{B/A}$$

(troisième loi de Newton)

Conclusion :

$$m_A \approx m_B$$

• L'instant t_{15} correspond au choc élastique (les deux palets sont entourés d'une lame souple montée sur ressorts qui permet au choc d'avoir lieu sans dissipation d'énergie) des deux mobiles qui se heurtent et se repoussent. A cette date, l'élastique ***est détendu***.

8 . Calculer les valeurs des vecteurs vitesse de A et de B, aux dates t_{14} et t_{16}.

$$v_{14}(A) = \frac{A_{13}A_{15}}{2\Delta t} = \frac{2.2,6.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 6,5.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_{16}(A) = \frac{A_{15}A_{17}}{2\Delta t} = \frac{2.1,7.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 4,3.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_{14}(B) = \frac{B_{13}B_{15}}{2\Delta t} = \frac{2.2,2.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 5,5.10^{-1} m.s^{-1}$$
$$v_{16}(B) = \frac{B_{15}B_{17}}{2\Delta t} = \frac{2.3,2.10^{-2}}{2.40.10^{-3}} = 8,0.10^{-1} m.s^{-1}$$

9 . Tracer ***en vert*** sur le document annexe les vecteurs variation de vitesse des deux palets, à la date t_{15} :

$$\Delta\vec{v}_{14-16}(A) = \vec{v}_{16}(A) - \vec{v}_{14}(A)$$
$$\Delta\vec{v}_{14-16}(B) = \vec{v}_{16}(B) - \vec{v}_{14}(B)$$

voir document annexe

10 . Calculer les valeurs des vecteurs accélération des deux palets, à la date t_{15}.

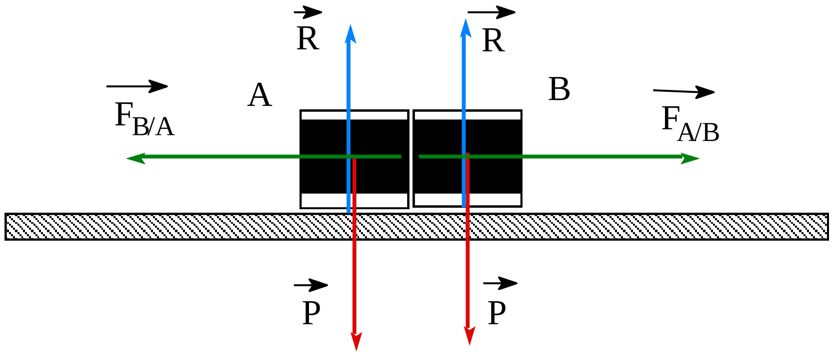
$$a_{15}(A) = \frac{\Delta v_{14-16}(A)}{2\Delta t} = \frac{6,9.10^{-1}}{2.40.10^{-3}} = 8,6 m.s^{-2}$$
$$a_{15}(B) = \frac{\Delta v_{14-16}(B)}{2\Delta t} = \frac{6,7.10^{-1}}{2.40.10^{-3}} = 8,4 m.s^{-2}$$

11 . Tracer ***en noir*** sur le document annexe les deux vecteurs accélération :

$$\vec{a}_{15}(A), \vec{a}_{15}(B)$$

voir document annexe

12 . Faire le bilan des forces extérieures agissant sur les mobiles A et B à la date t_{15}. On réalisera un schéma.



13 . Représenter ***<u>en rouge</u>*** (sans souci d'échelle) sur le document les résultantes des forces extérieures agissant sur A et B à cette même date. Quelle loi de Newton vérifie-t-on ? La conclusion de la question 7 est-elle à nouveau vérifiée ?

• Puisqu'on peut négliger les frottements exercés par la table sur les palets, le poids et la réaction du support se compensent. La résultante des forces extérieures est donc la force exercée par l'autre palet au moment du choc.

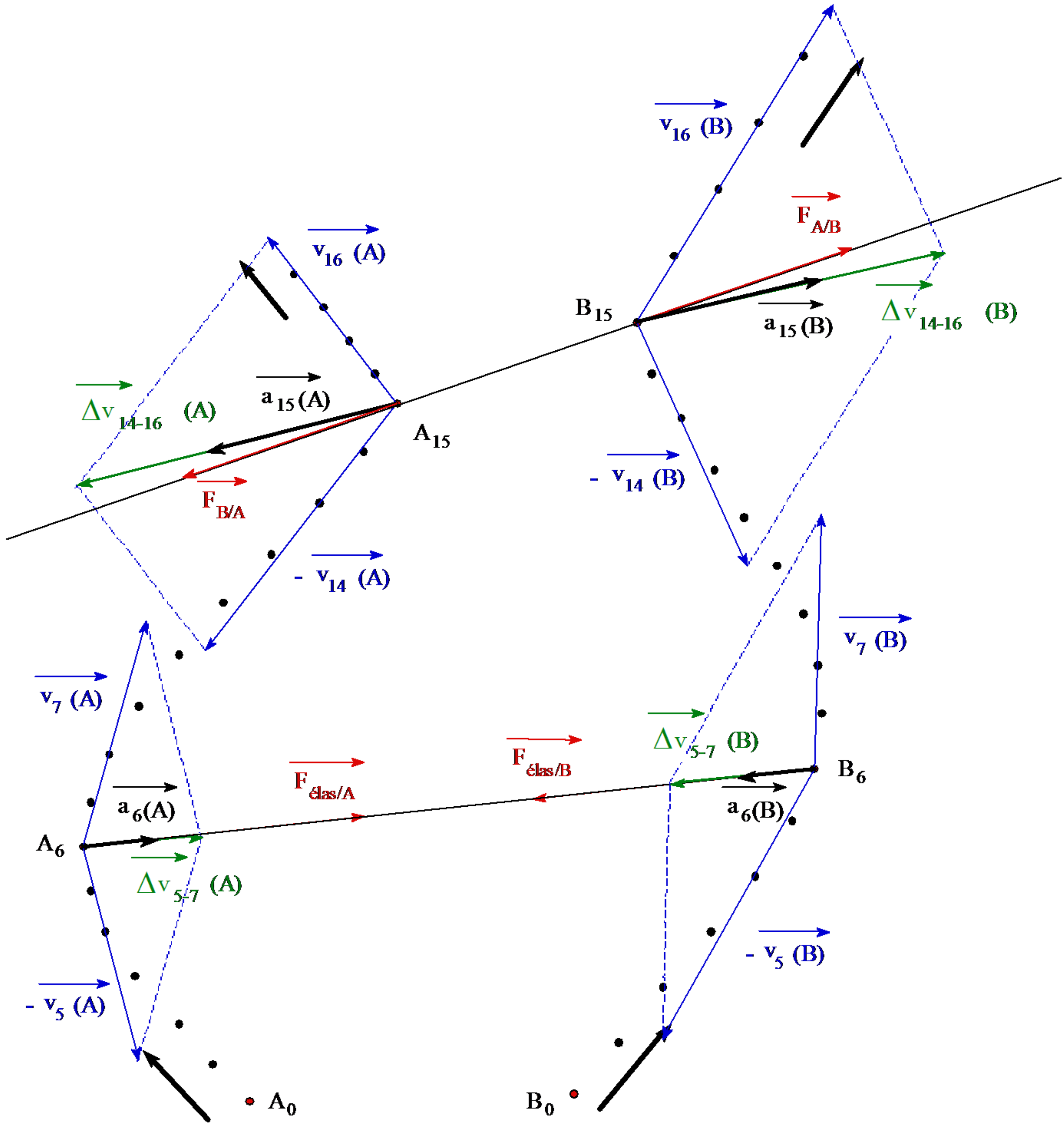
On vérifie la seconde loi de Newton puisque le vecteur accélération et la résultante des forces sont deux vecteurs quasi-colinéaires et de même sens.

• La troisième loi de Newton affirme que :

$$\vec{F}_{A/B} \approx -\vec{F}_{B/A}$$

Les deux accélérations, à la date t_{15}, étant très proches, on vérifie à nouveau que les deux palets ont presque la même masse :

$$m_A \approx m_B$$



v16 (B)
F A/B
B15
a15 (B)
Δv 14-16 (B)
v16 (A)
a15 (A)
Δv 14-16 (A)
A15
F B/A
- v14 (B)
- v14 (A)
v7 (B)
v7 (A)
Δv 5-7 (B)
F élas/B
F élas/A
B6
a6(A)
a6(B)
A6
Δv 5-7 (A)
- v5 (B)
- v5 (A)
A0
B0