Correction compo 3

Partie 1

1. A propos de la température

1.1. Peut-on comparer le processus de refroidissement des atomes par les photons à celui mis en œuvre à l'échelle des molécules lors du refroidissement d'une quantité d'eau chaude par mélange avec de l'eau froide ?

Le refroidissement de molécules « d'eau chaude » par de l'eau froide est dû à des collisions. Les molécules d'eau chaude, plus agitées que celles de l'eau froide, leur communiquent de l'énergie cinétique tandis qu'elles sont ralenties à chaque collision et perdent donc de l'énergie cinétique. Le système évolue ainsi jusqu'à ce que toutes les molécules aient la même énergie cinétique moyenne, donc la même température. Le corps le plus froid s'est réchauffé, mais le plus chaud s'est refroidi : il y a eu échange d'énergie thermique contrairement à ce qui se passe lors du processus de refroidissement des atomes par les photons où il est question d'absorption et d'émission de photons et donc de transfert quantique d'énergie.

1.2. Comment justifier le fait que l'on ne puisse pas atteindre le zéro absolu avec la technique de refroidissement des atomes par laser ?

On ne peut pas atteindre le zéro absolu avec la technique de refroidissement des atomes par laser, car il est impossible d'immobiliser complètement les atomes. La désexcitation spontanée (par émission de photon) de l'atome fait qu'il subit un effet de recul dans une direction aléatoire. Il est donc toujours en mouvement. Or, le zéro absolu correspond à l'absence totale de mouvement des atomes.

2. A propos de la lumière laser

2.1. Qu'est-ce qu'un photon ? Pourquoi lui associe-t-on une fréquence ?

Un photon peut être modélisé comme une particule associée aux ondes électromagnétiques. C'est une particule, sans masse qui transporte une énergie E telle que E=h.f ou f est la fréquence de l'onde électromagnétique associée et h la constante de Planck.

C'est la dualité onde-particule : la lumière peut être considérée comme l'une ou l'autre. C'est la raison pour laquelle on associe une fréquence au photon.

2.2. D'après la relation de de Broglie, comment s'exprime la quantité de mouvement d'un photon en fonction de sa fréquence f ?

La relation de de Broglie associe à chaque particule en mouvement une onde de matière de longueur d'onde λ telle que p = $\frac{h}{\lambda}$ or $\lambda = \frac{c}{f}$ donc $p = \frac{h.f}{c}$

2.3. Quel est l'ordre de grandeur de la quantité de mouvement d'un photon de longueur d'onde dans le vide égale à $\lambda_0 = 780\ nm$?

D'après la relation de de Broglie p = $\frac{h}{\lambda} = \frac{6,63.10^{-34}}{780.10^{-9}} = 8,50.10^{-28}\ \text{kg.m.s}^{-1}$

2.4. Quelles sont les propriétés de la lumière laser utilisées pour mettre en œuvre cette technique de refroidissement des atomes ?

On utilise deux des propriétés de la lumière laser ici :

- sa très grande directivité qui permet de privilégier une direction très précise
- sa mono chromaticité : tous les photons ont la même longueur d'onde dans le vide.

2.5. Sur le schéma de l'article scientifique, quel laser permet de ralentir l'atome ?

Sur le schéma de l'article scientifique, c'est le laser de gauche (le n° 2), celui vers lequel se dirige l'atome, qui permet de ralentir l'atome.

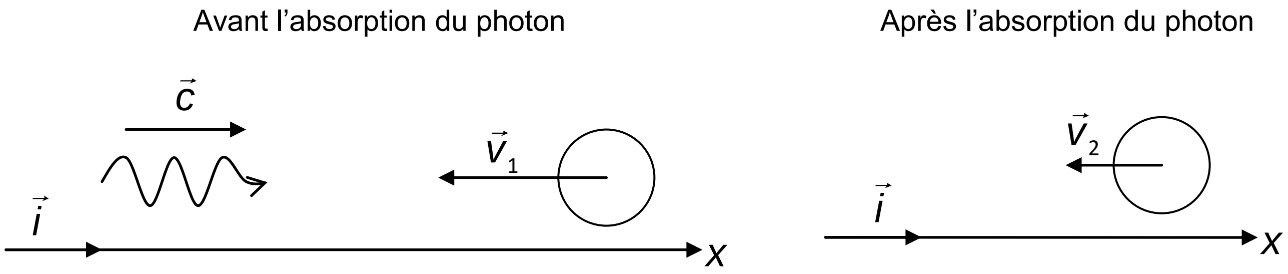
3. A propos du ralentissement des atomes

3.1. Quelle est la valeur de la quantité de mouvement d'un atome de rubidium se déplaçant à la vitesse de valeur $150\ m.s^{-1}$.

Pour cet atome non relativiste (v<<C) :

$$p = m.v$$
$$p = 1,44.10^{-25}.150$$
$$p = 2,16.10^{-23} kg.m.s^{-1}$$

3.2. On schématise la situation à l'origine du ralentissement des atomes de rubidium la façon suivante :



3.2.1. Exprimer la quantité de mouvement $\vec{p}_{lum}$ du photon avant son absorption en fonction de sa longueur d'onde λ , de h et du vecteur unitaire $\vec{i}$ de l'axe Ox.

D'après la question 2.2. et à partir du schéma : $\vec{p}_{lum} = \frac{h}{\lambda}.\vec{i}$

3.2.2. Exprimer la quantité de mouvement du système {atome de sodium + photon} avant l'absorption, puis après l'absorption du photon.

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{lum} + \vec{p}_{atome1} = \frac{h}{\lambda}.\vec{i} + m.\vec{v}_1$$
$$\vec{p}_{après} = \vec{p}_{atome2} = m.\vec{v}_2$$

3.2.3. En supposant le système isolé, exprimer la variation de vitesse $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ de l'atome de rubidium due à l'absorption du photon en fonction de λ , h, m et $\vec{i}$.

Le système est isolé donc la quantité de mouvement se conserve :

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$$
$$\frac{h}{\lambda}.\vec{i} + m.\vec{v}_1 = m.\vec{v}_2$$
$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \frac{h}{m.\lambda}.\vec{i}$$

3.2.4. Montrer que l'atome est effectivement ralenti et préciser la valeur du ralentissement.

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \frac{h}{m.\lambda}.\vec{i}$$

En exprimant les vecteurs vitesses en fonction du vecteur unitaire $\vec{i}$: $-v_2.\vec{i}-(-v_1.\vec{i})=\dfrac{h}{m.\lambda}.\vec{i}$

D'où $v_1-v_2=\dfrac{h}{m.\lambda}>0$ et $v_1>v_2$ l'atome est ralenti et la valeur du ralentissement est :

$$v_1-v_2=\frac{h}{m.\lambda}=\frac{6,63.10^{-34}}{1,44.10^{-25}\times 780.10^{-9}}=5,93.10^{-3}m.s^{-1}$$

3.3. Comment vérifier, en utilisant les relations de l'effet Doppler, si la longueur d'onde de la radiation que doivent émettre les lasers est plus petite ou plus grande que λ_0 ? Est-ce en accord avec les informations du texte ?

L'atome est ralenti en absorbant les photons du laser vers lequel il se dirige. La longueur d'onde des photons qu'il perçoit, $\lambda_{perçue}$ doit être égale à λ_0 = 780 nm.

Si l'atome s'approche du laser émettant des photons de fréquence $f_{émise}$, la fréquence $f_{perçue}=f_0$ qu'il perçoit est donnée par :

$$f_{perçue}=f_{émise}\times\frac{\sqrt{c+v}}{\sqrt{c-v}}$$

$$\text{d'où } f_{émise}=f_{perçue}\times\frac{\sqrt{c-v}}{\sqrt{c+v}}$$

$$\text{or } \frac{\sqrt{c-v}}{\sqrt{c+v}}<1 \text{ donc } f_{émise}<f_{perçue} \text{ et } f_{émise}<f_0$$

Cette information est conforme à l'article scientifique : « On utilise deux faisceaux lasers de même direction, de sens opposés et de même fréquence *f* fixée précisément à une valeur légèrement *inférieure* à la fréquence f_0 d'absorption/émission de l'atome ».
Si $f_{émise}<f_0$ alors $\lambda_{émise}>\lambda_0$ car fréquence et longueur d'onde sont deux grandeurs inversement proportionnelle.
La longueur d'onde de la radiation que doivent émettre les lasers est plus grande que λ_0

3.4. En supposant l'atome de rubidium initialement immobile, expliquer pourquoi le document parle « d'effet de recul » de l'atome lors de l'émission d'un photon.

Lorsque l'atome émet un photon, il subit un mouvement de recul, comme le chariot qui projette la bille (dans l'activité expérimentale).
D'après le document 4, lors de l'émission spontanée d'un photon par un atome, le système atome / photon peut être considéré comme isolé. La somme vectorielle des quantités de mouvement du système à l'état final est donc égale à la somme vectorielle des quantités de mouvement à l'état initial.

$$\vec{p}(\text{atome})_{\text{initiale}}=\vec{p}(\text{atome})_{\text{finale}}+\vec{p}(\text{photon})$$

d'où $\vec{p}(\text{atome})_{\text{finale}}-\vec{p}(\text{atome})_{\text{initiale}}=-\vec{p}(\text{photon})$

si l'atome est initialement immobile alors $\vec{p}(\text{atome})_{\text{initiale}}=\vec{0}$

et $\vec{p}(\text{atome})_{\text{finale}}=-\vec{p}(\text{photon})$ le vecteur vitesse de l'atome est opposé à celui du photon, l'atome subit un effet de recul lors de l'émission du photon.

4. A propos de l'effet Doppler

Les relations indiquées dans le document 5 sont celles de l'effet Doppler relativiste. Lorsqu'un observateur se rapproche d'une source avec une vitesse de valeur v très faible devant celle de l'onde, l'expression de la fréquence de l'onde lumineuse perçue se simplifie en :

$$f_{perçue} = f_{émise} \times \frac{c+v}{c}$$

4.1. Cette expression simplifiée est-elle homogène ?

La somme c+v est homogène à une vitesse donc $\frac{c+v}{c}$ est sans dimension donc l'expression $f_{perçue} = f_{émise} \times \frac{c+v}{c}$ est homogéne.

4.2. Si $v = 150\ m.s^{-1}$, l'application numérique de l'expression simplifiée conduit-elle à la même fréquence perçue que l'expression correspondante du document 5 ?

$$f_{perçue} = f_{émise} \times \frac{c+v}{c} = f_{émise} \times \frac{299\,792\,458+150}{299\,792\,458} = 1{,}0000005 \times f_{émise}$$

$$f_{perçue} = f_{émise} \times \frac{\sqrt{c+v}}{\sqrt{c-v}} = f_{émise} \times \sqrt{\frac{299\,792\,458+150}{299\,792\,458-150}} = 1{,}0000005 \times f_{émise}$$

Les deux expressions conduisent à la même fréquence.

5. A propos de la relativité restreinte

Lorsqu'un observateur se rapproche d'une source avec une vitesse de valeur v, la dilatation du temps permet d'écrire que la période de l'onde lumineuse perçue est liée à celle de l'onde émise par :

$$T_{perçue} = T_{émise} \times \gamma \times \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

5.1. Pourquoi ne précise-t-on pas le référentiel lorsqu'on donne la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide ?

D'après le postulat d'Einstein : La célérité de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.

5.2. Le coefficient gamma s'écrit :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}$$

Comment la relation entre $T_{perçue}$ et $T_{émise}$ permet-elle de retrouver l'expression correspondante du document 5 ?

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \gamma \times \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} \times \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} \times \sqrt{\left(1 - \frac{v}{c}\right)^2}$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \times \sqrt{1-\frac{v}{c}}$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{v+c}{c}}} \times \sqrt{\frac{c-v}{c}}$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \sqrt{\frac{c}{c+v}} \times \sqrt{\frac{c-v}{c}}$$

$$T_{perçu} = T_{émise} \times \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

$$f_{perçu} = f_{émise} \times \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

Partie 2

1. L'ascension de la fusée Ariane

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme : son intensité est g_0 = 9,8 m.s $^{-2}$.
On choisit un axe Oz vertical dirigé vers le haut.
On étudie le mouvement de la fusée dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen.

1.1. Représenter clairement sur un schéma, en les nommant, les deux forces qui agissent sur la fusée Ariane lorsqu'elle s'élève verticalement. On négligera les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air. **(1 pt)**

En dehors des frottements et de la poussée d'Archimède que l'on néglige, le système {fusée Ariane} est soumis à :

- Son poids $\vec{P}$ vertical vers le bas, tel que P = m.g
- La force de poussée totale $\vec{F}$ verticale vers le haut.

En ramenant la fusée à son centre de gravité G, et sans souci d'échelle :

1.2. A un instant quelconque, la masse de la fusée est notée *m*. Montrer que l'accélération de la fusée s'écrit :

$$a = \frac{F}{m} - g \qquad \textbf{(1 pt)}$$

En appliquant la 2ème loi de Newton à la fusée dans le référentiel terrestre considéré galiléen, on peut écrire :

$$\vec{P} + \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

En considérant m fixe à un instant donné quelconque, on obtient : $\vec{P} + \vec{F} = m.\frac{d\vec{v}}{dt} = m.\vec{a}$

En projetant l'expression vectorielle précédente sur l'axe (Oz) vertical vers le haut, on peut écrire :

$-P + F = m.a_z = m.a$ d'où $-m.g + F = m.a$ soit $a = \frac{F}{m} - g$

1.3. *On considère d'abord la situation au décollage et on suppose que la masse de la fusée reste constante pendant cette phase du mouvement. La masse de la fusée vaut alors m_1. L'instant initial est celui de la mise à feu des moteurs. La position du centre de gravité de la fusée est alors $z_0 = 0$ et on suppose que la poussée arrive instantanément à sa valeur F.*

1.3.1. Calculer la valeur numérique de l'accélération a_1 à cet instant. **(0,5 pt)**

On a donc : $a_1 = \frac{F}{m_1} - g = \frac{11470 \times 10^3}{750 \times 10^3} - 9{,}8 =$ 5,5 m.s^{-2}

1.3.2. Etablir l'équation horaire z(t) du mouvement de la fusée en fonction de a_1. **(2 pts)**

Les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{v}$ et l'axe (Oz) sont verticaux ascendants. On peut donc écrire :

$a_1 = \frac{dv}{dt}$ d'où $v = a_1.t + v_0$ soit $v = a_1.t = 5{,}5 \times t$ puisque $v_0 = 0$

De même, $v = \frac{dz}{dt}$ d'où $z = \frac{1}{2}a_1.t^2 + z_0$ soit $z = \frac{1}{2}a_1.t^2 = \frac{5{,}5}{2} \times t^2$ puisque $z_0 = 0$

1.3.3. En déduire la distance parcourue par la fusée à l'instant t_1 = 3,0 s. **(1 pt)**

Soit D cette distance parcourue telle que : $D = z(t_1) = \frac{1}{2}a_1.t_1^{\,2} = \frac{5{,}5}{2} \times (3{,}0)^2 =$ 25 m

1.3.4. Quelle est la vitesse atteinte par la fusée à l'instant t_1 ? **(1 pt)**

$v(t_1) = a_1.t_1 = 5{,}5 \times 3{,}0 =$ 17 m.s^{-1} (ou 16,5 m.s^{-1} avec 3 chiffres significatifs).

1.4. *On envisage maintenant la situation qui est celle immédiatement avant que tout le carburant ne soit consommé. La masse de la fusée vaut alors m_2.*

1.4.1. Calculer la valeur numérique de m_2. **(1 pt)**

$m_2 = m_1 - m_{carburant} = 750 - 480 - 160 =$ 110 tonnes = 110.10^3 kg.

1.4.2. En déduire l'accélération a_2 à cet instant. **(0,5 pt)**

$a_2 = \frac{F}{m_2} - g = \frac{11470 \times 10^3}{110 \times 10^3} - 9{,}8 =$ 94,5 m.s^{-2}

1.5. Le mouvement d'ascension de la fusée est-il uniformément accéléré ? **(1 pt)**

$a_2 \neq a_1$ donc le mouvement de la fusée n'est pas uniformément accéléré.

1.6. Quel est le signe de la variation de masse $\dfrac{\Delta m}{\Delta t}$? En déduire le sens de $\overrightarrow{V_e}$. **(1 pt)**

$\dfrac{\Delta m}{\Delta t} < 0$ puisque le système perd en masse (carburant) pendant une durée Δt.

D'après l'expression $\vec{F} = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}\overrightarrow{V_e}$ du document 2, $\overrightarrow{V_e}$ est donc opposé à $\vec{F}$

$\overrightarrow{V_e}$ est donc orienté vers le bas.

1.7. A l'aide d'une loi connue qu'on énoncera, expliquer pourquoi l'éjection des gaz propulse la fusée vers le haut. **(1 pt)**

L'éjection des gaz par la fusée suppose que les moteurs exercent sur les gaz une force verticale vers le bas. La 3ème loi de Newton (principe des actions réciproques) nous permet d'en déduire que les gaz exercent donc sur la fusée une force verticale, vers le haut, et de même valeur.

Remarque : Puisqu'il s'agit d'une propulsion par réaction (l'éjection des gaz dans un sens provoque le déplacement de la fusée dans l'autre sens), il est possible d'aborder la question au travers de la quantité de mouvement. On rappelle que le vecteur-quantité de mouvement *d'un système de deux solides* A et B, à l'instant t, est la somme des vecteurs-quantité de mouvement des deux solides à cet instant.

1.8. Calculer la valeur de $\overrightarrow{V_e}$ supposée constante pendant le mouvement de la fusée. **(1 pt)**

D'après le document 2, on peut écrire $Ve = \left|\dfrac{\Delta t}{\Delta m}\right|.F$

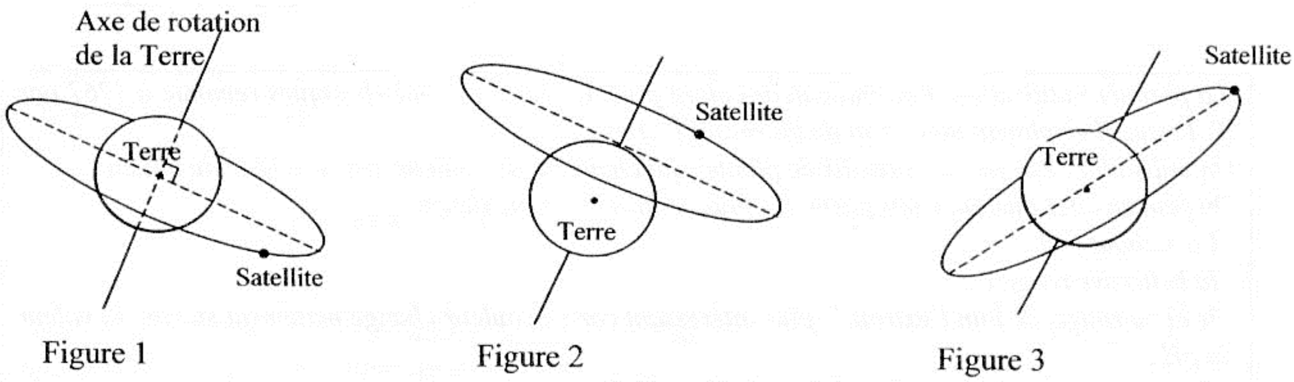
En considérant que la poussée des moteurs dure 9 minutes – d'après le document 1, on peut donc écrire :

$Ve = \left|\dfrac{\Delta t}{m_2 - m_1}\right|.F = \left|\dfrac{9\times 60}{(110-750).10^3}\right|\times 11470.10^3 =$ 9,7.10^3 m.s^{-1} = 9,7 km.s^{-1} (ou 1.10^4 m.s^{-1} si on prend en compte le seul chiffre significatif de Δt).

2. Étude du satellite artificiel TerreStar-1 en orbite géostationnaire.

On s'intéresse au mouvement du satellite artificiel TerreStar-1, noté S, en orbite géostationnaire, de masse m_S, en orbite circulaire (rayon r) autour de la Terre de masse M_T = 5,97.10^{24} kg, de rayon R_T = 6371 km et de centre O.
On suppose que la Terre est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique, et que le satellite peut être assimilé à un point.

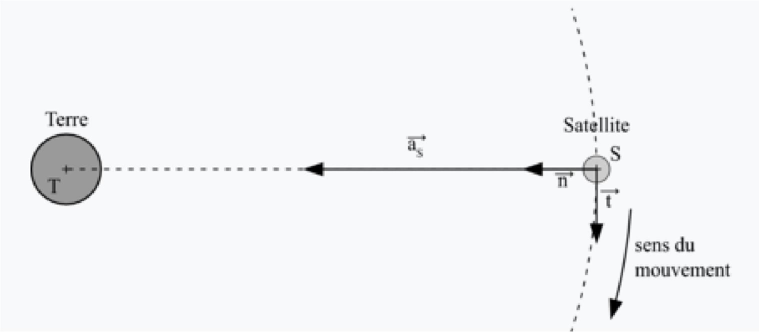
2.1. Sur les figures 1 à 3, on a représenté plusieurs trajectoires hypothétiques d'un satellite géostationnaire.
Montrer qu'une seule de ces figures correspond à un satellite géostationnaire. **(1 pt)**



D'après le document 3, on sait que l'orbite géostationnaire s'inscrit dans le plan équatorial de la Terre. Seule la figure 1 ci-dessus correspond donc à un satellite géostationnaire.

2.2. Préciser les caractéristiques générales du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v. **(1 pt)**

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v^2}{r}.\vec{n}$ dans le repère de Frenet, avec $\vec{\tau}$ vecteur unitaire tangent à la trajectoire circulaire, orienté dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ vecteur unitaire radial et centripète.
Le mouvement du point étant circulaire et uniforme, son accélération tangentielle est nulle, et son accélération est égale à sa composante normale : on a $\vec{a} = \frac{v^2}{r}.\vec{n}$



2.3. Appliquer la deuxième loi de NEWTON au satellite en orbite circulaire et exprimer l'accélération du satellite en fonction de G, R_T et h. **(1,5 pts)**

Le satellite n'est soumis qu'à la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$ exercée par la Terre : $\vec{F}_{T/S} = G.\frac{m_S \times M_T}{(R_T + h)^2}.\vec{n}$

En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite de masse constante dans le référentiel géocentrique considéré galiléen, on peut écrire : $\vec{F}_{T/S} = m_S.\vec{a_S}$

Il vient donc $\vec{a_S} = \frac{\vec{F}_{T/S}}{m_S} = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}.\vec{n}$

2.4. En déduire l'expression de la vitesse v_s du satellite en fonction de G, R_T et h. **(1,5 pts)**
L'accélération du satellite en orbite circulaire est donc radiale et centripète, d'après l'expression précédente. On peut donc écrire, d'après la question 2.2 : $\vec{a_S} = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}.\vec{n} = \frac{{v_S}^2}{R_T + h}.\vec{n}$

Et donc ${v_S}^2 = G.\frac{M_T}{(R_T + h)}$ d'où $v_S = \sqrt{G.\frac{M_T}{(R_T + h)}}$

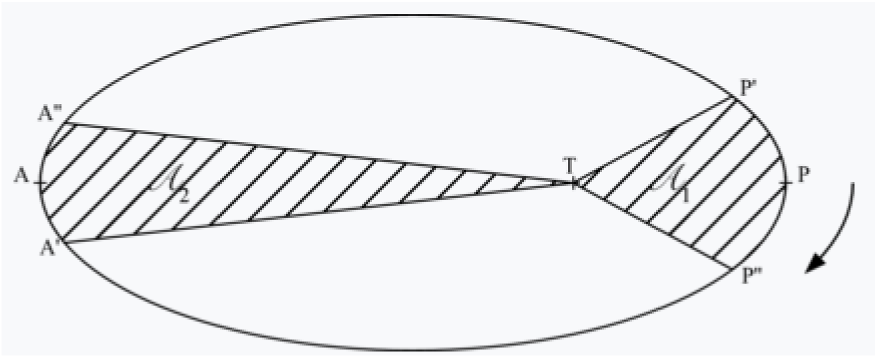
2.5. Calculer v_S. **(1 pt)**
D'après le document 4, l'orbite géostationnaire se situe à l'altitude h' = 3,6 $\times$ 10 ^{4} km.

On a donc $v_S = \sqrt{6{,}67.10^{-11}.\frac{5{,}97.10^{24}}{(6371 + 3{,}6.10^4).10^3}}$ = 3,1.10^3 m.s^{-1} = 3,1 km.s^{-1}

3. Transfert de l'orbite basse vers l'orbite géostationnaire.

3.1. Comparer les vitesses du Satellite sur son orbite elliptique de transfert en A et en P en précisant le raisonnement. **(1 pt)**

D'après la 2ème loi de Kepler, ou loi des aires, le segment TS reliant la Terre au satellite balaie des aires égales en des durées égales. Ainsi, les deux aires A_1 et A_2 étant égales sur le schéma ci-dessous, le satellite parcourt les distances A'A'' et P'P'' en une même durée.



La distance P'P'' étant nettement plus grande que la distance A'A'', on peut en déduire que la vitesse du satellite est plus importante en P qu'en A.

3.2. A l'aide de la 3e loi de Kepler, déterminer la période de révolution du satellite sur son orbite circulaire basse. **(1 pt)**

L'orbite circulaire basse du satellite se situe à l'altitude $h = 6,0 \times 10^{2}$ km d'après le document 4.
La 3ème loi de Kepler (ou loi des périodes) peut s'exprimer ainsi, dans le cas présent : le carré de la période de révolution du satellite est proportionnel au cube de la distance au centre de la Terre.

D'après le document 3, le satellite en orbite géostationnaire a donc une période de révolution égale à la période de rotation sidérale de la Terre, soit $T_{géo}$ = 23 heures 56 minutes et 4,1 secondes = 86164,1 secondes.

On peut donc écrire $\frac{T_{géo}^2}{(R_T+h)^3} = \frac{T_{basse}^2}{(R_T+h')^3}$ avec T_{basse} la période de révolution du satellite sur son orbite basse.

Ainsi : $T_{basse} = \sqrt{\frac{(R_T+h')^3}{(R_T+h)^3} \times T_{géo}^2} = \sqrt{\frac{\left((6371+6,0.10^2).10^3\right)^3}{\left((6371+3,6.10^4).10^3\right)^3} \times (86164,1)^2} = 5,7.10^3$ s

(ce qui donne, sans prendre garde aux chiffres significatifs : 1 heure 35 minutes et 50 secondes).