Correction de l'exercice 1 : le violon

Question 1 :

Déterminons les notes dont les oscillogrammes sont donnés dans le document 4.

On sait qu'une note est définie par sa hauteur , c'est-à-dire la fréquence du son musical. (1 pt)

Sur les analyses spectrales, la fréquence de la vibration fondamentale n'est pas précisément lisible. Il est donc plus précis d'utiliser l'oscillogramme :

Sur l'oscillogramme 1, On mesure 5 périodes pour 11,4 ms donc : $T_1 = \frac{11,4}{5} =$ **2,28 ms.**

Or : $f_1 = \frac{1}{T_1}$ **donc :** $f_1 = \frac{1}{2,28.10^{-3}}$ **= 440 Hz (1 pt)**

Ce qui est cohérent avec la fréquence du fondamentale située vers 500 Hz d'après l'analyse spectrale.

On constate qu'une fréquence de 440 Hz correspond à un la$_3$ dans le tableau du document 1.
Or, ce même tableau nous apprend que la corde n°3 du violon joue un la$_3$ quand elle est frottée et qu'elle est fixée à ses deux extrémités, soit sur toute sa longueur.
Donc, la corde frottée sur toute sa longueur est la corde n°3. (1 pt)

Question 2 :

Il faut utiliser la relation entre la fréquence des modes propres de vibration et la longueur d'une corde.

Dans le document 2, cette relation est donnée : $f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

D'après la question 1 et le document 1, on sait que l'autre corde est la corde n°2, et qu'en pressant son doigt sur cette corde, le violoniste a joué une note de hauteur 440 Hz. La longueur L qu'il faut considérer dans l'expression est donc la distance entre le point A et le point B.

Calculons la fréquence de la note jouée sur la corde n°2.

Sur l'oscillogramme 2, On mesure 2 périodes pour 4,55 ms donc : $T_1 = \frac{4,55}{2} =$ **2,28 ms.**

Donc : $f_2 = \frac{1}{2,28.10^{-3}}$ **= 440 Hz (0,5 pt)**

La note 1 correspondant à l'oscillogramme 1 a même hauteur que la note 2 de l'oscillogramme 2 : le violoniste joue donc la même note avec deux cordes différentes.

Or, la hauteur f_2 **de la note 2 est égale la fréquence du mode de vibration fondamental, correspondant à n=1 dans la formule. (1 pt)**

Donc : $f_2 = \frac{1}{2AB}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

La tension de la corde et la masse linéique ne sont pas connues. Cependant, la longueur totale AO de la corde est connue et vaut ℓ = 55,0 cm. De plus, la fréquence du mode de vibration fondamental pour cette longueur est connue aussi d'après le tableau du document 1, il s'agit de la hauteur du ré$_3$.
Donc :

$f_{ré3} = \frac{1}{2AO}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ **(0,5 pt)**

Par conséquent : $\dfrac{f_{ré3}}{f_2} = \dfrac{\dfrac{1}{2AO}\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}}{\dfrac{1}{2AB}\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}}$ donc : $\dfrac{f_{ré3}}{f_2} = \dfrac{AB}{AO}$

Donc : $\underline{AB = AO\dfrac{f_{ré3}}{f_2}}$ **(1 pt)**

Ce qui donne : $AB = 55{,}0 \times \dfrac{294}{440} = \underline{36{,}8\ \text{cm}}$.

<u>Le doigt du violoniste doit être placé à 36,8 cm du point A repérant le chevalet. (**1 pt**)</u>

<u>Question 3 :</u>

D'après le document 3, si une note $t_{1/2}$ est un demi-ton au-dessus d'une autre note, alors leurs fréquences sont liées par la relation :

$$\frac{f_{1/2t}}{f} = (2)^{\frac{1}{12}}$$

Donc, pour la note t située <u>un ton</u> au-dessus du la_3, on a :

$$\frac{f_t}{f_{la_3}} = \frac{f_{1/2t}}{f_{la_3}} \times \frac{f_t}{f_{1/2t}} = (2)^{\frac{1}{12}} \times (2)^{\frac{1}{12}} = (2)^{\frac{2}{12}}$$

Soit : $\dfrac{f_t}{f_{la_3}} = (2)^{\frac{1}{6}}$ **(1 pt)**

Or, d'après la relation précédemment établie, si le nouveau point où se trouve le doigt est B', alors :

$$AB' = AO\frac{f_{ré3}}{f_t}$$

Donc: $AB' = AO\dfrac{f_{ré3}}{(2)^{\frac{1}{6}} f_{la_3}}$ soit : $AB' = AO\dfrac{f_{ré3}}{f_{la_3}}(2)^{-\frac{1}{6}}$

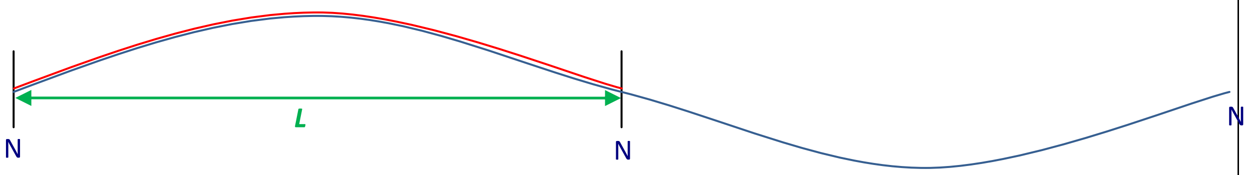
Donc, en définitive : $\underline{AB' = AB \times (2)^{-\frac{1}{6}}}$ <u>(1 pt)</u>

A.N : $AB' = 36{,}8 \times (2)^{-\frac{1}{6}}$ **= <u>32,7 cm. (0,5 pt)</u>**

<u>Le doigt du violoniste doit être placé à 32,7 cm du point A pour jouer un ton au-dessus. Il doit donc déplacer son doigt de 4,1 cm en se rapprochant du chevalet. (0,5 pt)</u>

Correction de l'exercice 2 flute de pan

Rappel de ce qu'il faut savoir : ondes stationnaires résonantes le long d'une corde vibrante ou d'ans l'air à l'intérieur d'un tuyau ouvert aux deux extrémités.



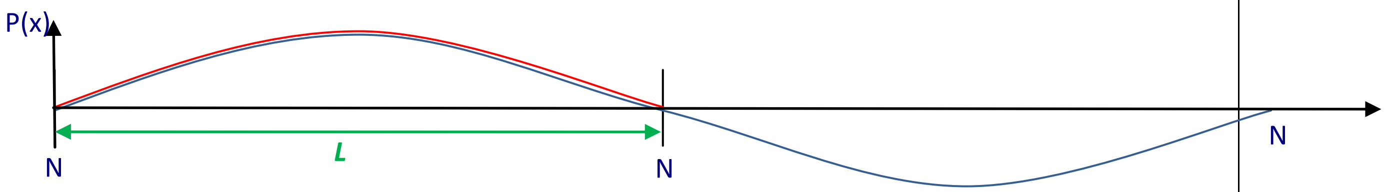
L'onde stationnaire sinusoïdale de plus grande longueur d'onde qui peut s'établir sur la corde vibrante (en bleu) doit avoir deux annulations d'amplitude aux deux points fixes de la corde (en rouge). La longueur de la corde correspond donc ***à la moitié*** de la longueur d'onde du mode propre de vibration fondamental. Donc $L = \frac{\lambda}{2}$ soit $2L = \lambda$.

Les autres ondes stationnaires sinusoïdales possibles, c'est-à-dire les autres modes propres de vibration, peuvent avoir plusieurs annulations avant les points fixes, et donc plus de nœuds.

D'où la relation : $2L = n.\lambda_n$; n = 1,2,3,…

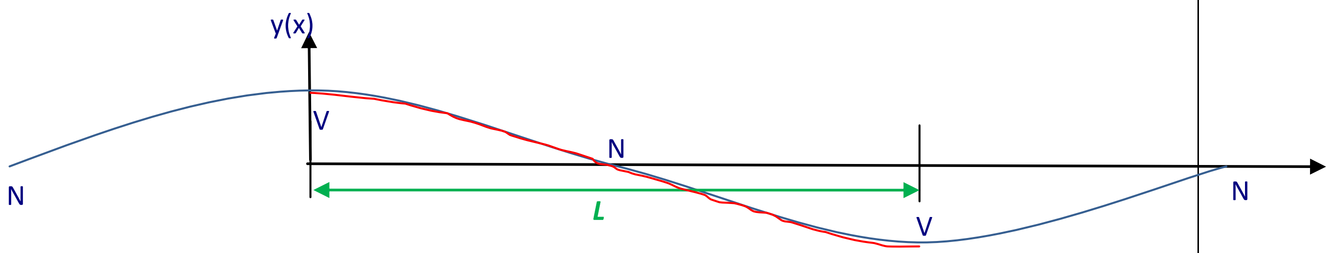
Deux nœuds de vibration ou deux ventres de vibration seront ***toujours*** séparés par la moitié de la longueur d'onde, soit $\frac{\lambda_n}{2}$.

Dans le cas d'un tuyau ***ouvert aux deux extrémités***, c'est ***la variation de pression en un point par rapport à la pression atmosphérique*** qui est l'analogue du mouvement d'un point de la corde.



Dans l'air, un nœud de pression correspond à un ventre de vibration des molécules constituant l'air.

L'amplitude de vibration de l'air (attention : l'air vibre ***horizontalement***, l'élongation y représente l'écart à la position dans la direction ***horizontale***) est donc la même courbe, mais décalée d'une demi longueur d'onde :



Question 1

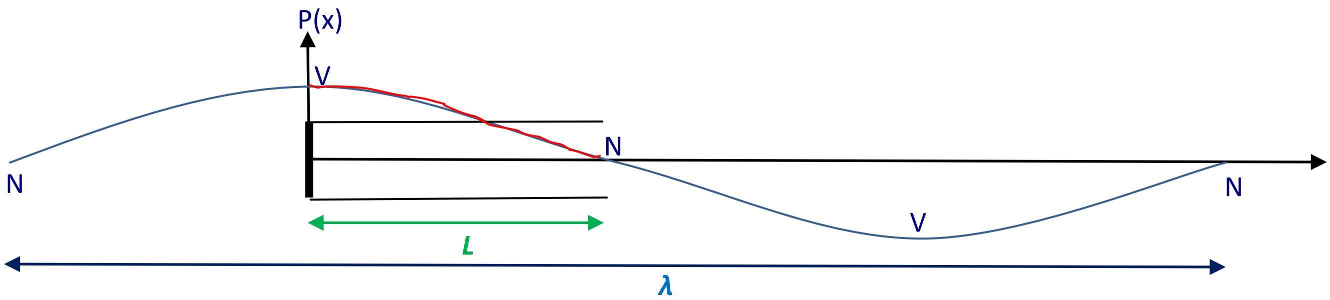
Le document 3 indique :

- Deux nœuds (ou deux ventres) de vibration consécutifs sont séparés d'une distance $\frac{\lambda}{2}$. (0,5 pt)
- D'autre part qu'il y toujours un nœud de vibration à une extrémité fermée d'un tuyau et un ventre de vibration à une extrémité ouverte. (0,5 pt)

Donc, pour un tuyau fermé à une extrémité et ouvert à une autre, l'onde sinusoïdale stationnaire de plus grande longueur d'onde qui peut s'établir est telle qu'un maximum de vibration de l'air (un ventre) correspond à l'ouverture, et une vibration nulle (un noeud) correspond à la paroi fermée.

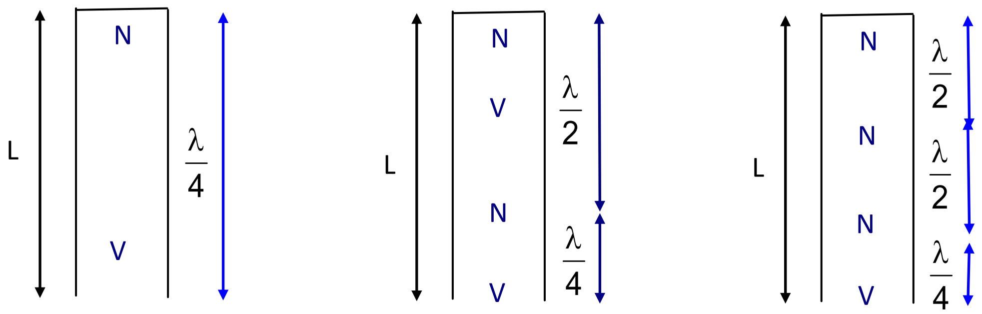
Autrement dit, en termes de pression, un nœud de pression correspond à l'ouverture et un ventre de pression à la paroi fixe.

La variation de pression par rapport à la pression atmosphérique a donc l'allure suivante :



Donc, pour le mode propre de vibration fondamental, la longueur du tube correspond au quart de la longueur d'onde de l'onde stationnaire, soit : $L = \frac{\lambda}{4}$ **(1 pt)**

On en déduit que pour un tuyau de longueur L fixée, en notant N un nœud de vibration et V un ventre de vibration, on peut avoir les cas suivants :



$L = \frac{\lambda}{4}$ **$L = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$** **$L = 2 \times \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$ (1 pt)**

En généralisant, la longueur L d'un tuyau de la flûte de Pan, accordé sur le son de longueur d'onde λ est bien : $L = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$, n entier positif ou nul.

Question 2

Le mode fondamental correspond à la plus petite valeur de n, soit **ici n = 0** d'après le document 3.

On a alors : $L = \frac{\lambda_0}{4}$ **(1 pt)**

Or : $f = \frac{c}{\lambda}$ **(1 pt)**

Donc : $L = \frac{c}{4f_0}$ **(1 pt)**

On ne connait pas les fréquences des notes do_4 et mi_4 mais elles sont plus haute d'une octave que les notes do_3 et mi_3.

On a donc $f(do_4) = 2\,f(do_3) = 524$ Hz et $f(mi_4) = 2\,f(mi_3) = 656$ Hz **(1 pt)**

Avec les fréquences des notes données avec 3 chiffres significatifs, $c = 340\ m.s^{-1}$:

notes	do_3	mi_3	sol_3	do_4	mi_4
Fréquence f_0 en Hz	262	328	393	524	656
Longueur $L = \frac{c}{4f_0}$ (cm) **(1 pt)**	32,4	25,9	21,6	16,2	13,0

<u>Question 3</u>

Exprimons les fréquences f_n des harmoniques :

$L = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = n.(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4}) + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4} \times (2n+1)$ L est un multiple impair de $\frac{\lambda}{4}$.

Donc : $\lambda = \frac{4.L}{(2n+1)}$

Or $f = \frac{c}{\lambda}$ il vient : $\boxed{f_n = \frac{c}{4.L}.(2n+1)}$ **(1 pt)**

En posant $\boxed{f_0 = \frac{c}{4.L}}$ on obtient : $\boxed{f_n = f_0 . (2n+1)}$ **(1 pt)**

Ainsi, les fréquences f_n des harmoniques sont des multiples impairs de f_0. C'est la raison pour laquelle *« on dit parfois que les seuls sons possibles pour une flûte de Pan sont les harmoniques impairs ».*